

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

10. lipnja 2013.
1. dio, grupa A

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a) $2xy' - x^2y = 2$, b) $3 \sin y' + \ln x = 0$, c) $2x \sin y + 2 = y'$,

d) $y' - 3y = 2xy$, e) $x^2y' = x^3y$.

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' - 3x^2y = e^{x^3}$. (1 bod)

2. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' - 3x^2y = e^{x^3}$, $y(0) = 2$.
(1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y , y' , y'' , ω^2 , A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

3. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)
- (ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = 3x + 2y$ i D zadano s $1 \leq x \leq 3, 2 \leq y \leq 5$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)
- (iii) Izračunajte težište (x_T, y_T) za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

4. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:
 $y'' + y' - 12y = 0$, $y'' - 2y' + 5y = 0$, $y'' - 6y' + 9y = 0$. (1 bod)

5. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{5\pi}{6}$, $2 \leq r \leq 3$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

10. lipnja 2013.
1. dio, grupa B

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:
 $y'' - 4y' + 13y = 0$, $y'' - 4y' + 4y = 0$, $y'' + 3y' - 10y = 0$. (1 bod)

2. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)

(ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = 2x + 3y$ i D zadano s $2 \leq x \leq 6$, $1 \leq y \leq 4$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)

(iii) Izračunajte težište (x_T, y_T) za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

3. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{3\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{11\pi}{6}$, $1 \leq r \leq 4$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)

4. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a) $3x \cos y - 5 = y'$, b) $x^3 y' = x^4 y$, c) $2 \cos y' + \ln x = 0$,

d) $y' - 5y = 2xy$, e) $3xy' - x^3 y = 5$.

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' - 4x^3 y = e^{x^4}$. (1 bod)

5. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' - 4x^3y = e^{x^4}$, $y(0) = 3$.
(1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y , y' , y'' , ω^2 , A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

10. lipnja 2013.
1. dio, grupa C

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)
- (ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = 2x + 2y$ i D zadano s $1 \leq x \leq 4$, $1 \leq y \leq 5$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)
- (iii) Izračunajte težište (x_T, y_T) za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

2. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a) $x^2y' = x^5y$, b) $y' - 4y = 6xy$, c) $4xy' - xy = 3$,

d) $2x \sin y + 6 = y'$, e) $6 \cos y' + \ln x = 0$.

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' - 5x^4y = e^{x^5}$. (1 bod)

3. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' - 5x^4y = e^{x^5}$, $y(0) = 4$.
(1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y , y' , y'' , ω^2 , A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

4. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{5\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{11\pi}{6}$, $2 \leq r \leq 4$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)

5. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:
 $y'' - 2y' + y = 0$, $y'' - 10y' + 21y = 0$, $y'' - 2y' + 10y = 0$. (1 bod)